

EXAMENUL NAȚIONAL DE DEFINITIVARE ÎN ÎNVĂȚĂMÂNT  
14 iulie 2021

Probă scrisă  
MATEMATICĂ

Variantă 3

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de patru ore.

I. TÊTEL

(60 punct)

	1. Az $x_1$ és az $x_2$ az $x^2 + x + m = 0$ egyenlet megoldása, ahol $m$ nullától különböző valós szám.
7p	a) Igazolja, hogy ha az egyenlet egyik megoldása egész szám, akkor az $m$ egész szám és osztható 2-vel!
8p	b) Határozza meg a nullától különböző $m$ valós számot, amelyre $\frac{x_1^2 + 1}{x_1^3 + x_1^2} + \frac{x_2^2 + 1}{x_2^3 + x_2^2} = -\frac{1}{4}$ .
	2. Adott az $ABC$ háromszög és az $AD$ félegyenes, amely a $BAC$ szög szögfelezője, ahol $D \in BC$ . Az $M$ pont az $AD$ szakasz felezőpontja, az $N$ és $P$ pontok pedig rendre az $M$ pontnak az $AB$ , illetve az $AC$ egyenesekre eső vetülete.
7p	a) Igazolja, hogy az $AN$ és az $AP$ szakaszok kongruensek!
8p	b) Ha $AC = 3AN$ bizonyítsa be, hogy a $CDN$ háromszög egyenlő szárú!
	3. A $(\mathbb{Z}_8, +, \cdot)$ gyűrűben értelmezzük az $x * y = \hat{2}xy + \hat{6}x + \hat{6}y + \hat{7}$ asszociatív műveletet.
7p	a) Igazolja, hogy $x * y = \hat{2}(x + \hat{3})(y + \hat{3}) + \hat{5}$ bármely $x, y \in \mathbb{Z}_8$ esetén!
8p	b) Határozza meg az $x \in \mathbb{Z}_8$ értékét, amelyre $x * x * x * x = x$ .
	4. Adott az $f: [0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ , $f(x) = \frac{x}{x^3 + 2}$ függvény.
7p	a) Igazolja, hogy az $f$ függvény szigorúan csökkenő az $(1, +\infty)$ intervallumon!
8p	b) Bizonyítsa be, hogy $\int_0^1 f^2(x) dx = \frac{1}{18}$ .

II. TÊTEL

(30 punct)

Az alábbiakban a VIII. osztályos matematika tanterv egy részlete látható.

Competențe specifice și exemple de activități de învățare

Clasa a VIII-a
<b>1.3. Identificarea unor dependențe funcționale în diferite situații date</b> <ul style="list-style-type: none"><li>- Completarea unui șir numeric când regula de construire este dată explicit</li><li>- Determinarea unei reguli de construire a unui șir când se cunosc câțiva termeni</li><li>- Identificarea unor dependențe funcționale în diferite situații concrete</li><li>- Exprimarea unor dependențe funcționale în diverse forme (tabele, grafice, formule)</li></ul>
<b>2.3. Descrierea unei dependențe funcționale într-o situație dată, folosind diagrame, tabele sau formule</b> <ul style="list-style-type: none"><li>- Determinarea elementelor unei funcții (domeniu de definiție, mulțimea în care funcția ia valori, lege de corespondență)</li><li>- Corelarea elementelor unor funcții cu situații practice</li><li>- Sortarea și organizarea unor date după criterii de tip dependență funcțională</li></ul>
<b>3.3. Reprezentarea în diverse moduri a unor funcții cu scopul caracterizării acestora</b> <ul style="list-style-type: none"><li>- Reprezentarea grafică a unor funcții numerice</li></ul>

<ul style="list-style-type: none"> <li>- Determinarea unor puncte care aparțin graficului unei funcții numerice</li> <li>- Determinarea intersecțiilor graficului unei funcții numerice cu axele de coordonate</li> <li>- Determinarea indicatorilor tendinței centrale a unui set de date</li> </ul>
<b>4.3. Utilizarea unui limbaj specific pentru formularea unor opinii referitoare la diferite dependențe funcționale</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Formularea unor presupuneri matematice despre o funcție/despre regula de construire a unui șir</li> <li>- Utilizarea unor exemple sau contraexemple pentru a susține un argument în contextul funcțiilor</li> <li>- Utilizarea unui limbaj specific pentru a interpreta un grafic sau o dependență funcțională</li> <li>- Ilustrarea grafică a indicatorilor tendinței centrale a unui set de date</li> </ul>
<b>5.3. Analizarea unor funcții în context intra și interdisciplinar</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Determinarea coordonatelor punctului de intersecție a graficelor a două funcții și interpretarea acestora ca soluție a unui sistem de două ecuații de gradul I cu două necunoscute</li> <li>- Determinarea unei funcții care îndeplinește condiții date</li> <li>- Verificarea coliniarității a trei sau a mai multor puncte, cunoscând coordonatele lor</li> </ul>
<b>6.3. Modelarea cu ajutorul funcțiilor a unor fenomene din viața reală</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Rezolvarea unor probleme din cotidian cu ajutorul funcțiilor</li> <li>- Interpretarea unor fenomene din cotidian descrise cu ajutorul funcțiilor</li> <li>- Interpretarea unei reprezentări grafice a indicatorilor tendinței centrale a unui set de date</li> </ul>

[...]

Domeniu de conținut	Conținuturi
<b>Funcții.</b> <b>Organizarea datelor și probabilități</b>	<b>3. FUNCȚII</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Funcții definite pe mulțimi finite, exprimate cu ajutorul unor diagrame, tabele, formule; graficul unei funcții, reprezentarea geometrică a graficului unor funcții numerice</li> <li>• Funcții de forma <math>f: D \rightarrow \mathbb{R}</math>, <math>f(x) = ax + b</math>, unde <math>a</math> și <math>b</math> sunt numere reale și <math>D</math> este o mulțime finită de numere reale sau un interval nedegenerat; interpretare geometrică; lecturi grafice</li> <li>• Elemente de statistică: indicatorii tendinței centrale (frecvență, medie, mediană, mod și amplitudine a unui set de date)</li> </ul>

**Notă:** Conținuturile vor fi abordate din perspectiva competențelor specifice. Activitățile de învățare sugerate oferă o imagine posibilă privind contextele de formare/dezvoltare a acestor competențe.

(Programa școlară pentru disciplina Matematică, OMEN nr. 3393/28.02.2017)

Dolgozzon ki három itemet – egy feleletválasztós-, egy strukturált kérdés- és egy feladatmegoldó típusú itemet – amellyel a fenti tanterv-részlet három specifikus kompetenciáját méri a „Függvények” című tanítási egység végén!

Minden item kidolgozásakor figyeljen a következőkre:

- jelölje meg a felmériendő specifikus kompetenciát;
- tartsa be az item formai követelményeit;
- dolgozza ki a várható válaszokat (a javítókulcsot) mindegyik kidolgozott item esetén;
- a tartalom tudományos helyességére.